

# Wie viele Pixel benötigt man für ein Mikrofoto?

Hinrich Husemann

Digitale Kameras mit Bildsensoren von 4 bis 5 Millionen Pixeln gehören heute zum Standard. Auch die Amateur-Mikroskopiker wenden sich immer mehr der digitalen Mikrofotografie zu, und mancher stellt sich die Frage: Über wie viele effektive Pixel sollte der Sensor der eingesetzten Kamera mindestens verfügen, um das Auflösungsvermögen des Mikroskops voll ins digitale Bild zu übertragen? Ausgehend von der klassischen Betrachtung zum Auflösungsvermögen des Mikroskops soll hier eine plausible Abschätzung versucht werden.

Unter dem Auflösungsvermögen von Mikroskopen versteht man den kleinstmöglichen Abstand  $d$  (oder auch dessen Kehrwert, angegeben z.B. in Doppellinien/mm) zwischen benachbarten feinen, von ihrer Umgebung unterscheidbaren Strukturelementen des Objekts, bei dem diese gerade noch separat wahrnehmbar sind. Er kann nicht – wie man es nach der geometrischen Optik erwarten könnte – beliebig klein gemacht werden. Ursache für diese Begrenzung ist die Wellennatur und die damit verbundene Beugung des Lichtes, wegen der zum Beispiel ein leuchtender Punkt auch bei aberrationsfreier Optik nicht wieder als Punkt, sondern als verwaschener, von lichtschwächeren Ringen umgebener kreisrunder Lichtfleck – das so genannte Airy-Scheibchen – abgebildet wird. Voraussetzung dafür, dass zwei gleich helle benachbarte Objektpunkte noch getrennt wahrgenommen, das heißt aufgelöst werden, ist eine erkennbar geringere Helligkeit beziehungsweise Intensität zwischen den Zentren ihrer sich etwas überlappenden Airy-Scheibchen, also ein ausreichender Kontrast. Theoretische Ansätze zur Berechnung von  $d$  gehen von idealisierten Bedingungen, wie einfach strukturierten Modellobjekten (zum Beispiel Punktpaare oder Liniengitter mit hohem Kontrast) und aberrationsfreier Abbildung, aus.

## Lösungsansatz

Als Modellobjekt wird hier ein zweidimensionales Raster aus äquidistanten, durch das Mikroskopobjektiv gerade noch aufgelösten leuchtenden Objektpunkten angenommen. Der Abstand zwischen deren nächsten Nachbarn ist

dann gleich dem durch die Strecke  $d$  beschriebenen Auflösungsvermögen. Das optische System Mikroskop + Kamera entwirft auf dem Bildsensor der Kamera ein geometrisch ähnliches Raster aus sich etwas überlappenden, aber noch getrennt erkennbaren Airy-Scheibchen. Der Abstand  $k$  zwischen deren Mitteln, die im Folgenden als Bildpunkte bezeichnet werden, errechnet sich aus dem Auflösungsvermögen  $d$  und dem Abbildungsmaßstab  $M$  des auf dem Sensor entworfenen Bildes:

$$k = d \cdot M \tag{1}$$

Die in dem auf dem Sensor optisch entworfenen Bild erreichte Auflösung soll auch in dem von ihm elektronisch ausgegebenen Bild erhalten bleiben. Zur Ermittlung der dazu mindestens notwendigen Pixelzahl müssen zwei Fragen beantwortet werden:

- a) Wie viele Bildpunkte, angeordnet in einem regelmäßigen Raster mit dem Abstand  $k = d \cdot M$ , haben auf der bekannten Fläche  $a \cdot b$  des Sensors Platz?
- b) Wie viele Pixel sind zur separaten Erfassung eines Bildpunktes mindestens erforderlich?

Zu Frage a): Zunächst wird einfach eine quadratische Anordnung der Objektpunkte und damit auch der Bildpunkte angenommen. Auf die Sensorkanten  $a$  und  $b$  entfallen dann  $(a/k)$  beziehungsweise  $(b/k)$  Bildpunkte. Für die Zahl  $N$  der auf die Sensorfläche  $a \cdot b$  passenden Bildpunkte ergibt sich dann unter Berücksichtigung von Gleichung (1):

$$N = (a/k) \cdot (b/k) = (a \cdot b) / k^2 = (a \cdot b) / (d \cdot M)^2 \tag{2}$$

Die dichteste gleichmäßige Anordnung von Punkten ist aber nicht quadratisch, sondern hexagonal. Jeder Punkt ist hier von je sechs

Nachbarn im Abstand  $k$  umgeben, das heißt er liegt in der Mitte eines regelmäßigen Sechsecks. Die höhere Dichte dieser Anordnung wird einfach berücksichtigt durch Multiplikation von Gleichung (2) mit 1,155 als Korrekturfaktor (Ableitung siehe Anhang).

Zu Frage b): Zunächst liegt die Vermutung nahe: Wenn auf dem Sensor für jeden Bildpunkt ein Pixel vorhanden ist, sollte keine Information verloren gehen. Folgendes Beispiel widerlegt das: Ein Raster aus äquidistanten gleich hellen Punkten mit dem gerade noch auflösbaren Abstand  $d$  werde auf einem Sensor mit genau passender Zahl von Pixeln abgebildet. Dann würde zwar jeder helle Objektpunkt auch als Bildpunkt registriert, aber alle Pixel "sähen" die gleiche Intensität. Das resultierende Bild erschiene deshalb als homogene helle Fläche; die Struktur des Punktrasters wäre nicht mehr erkennbar. Zur Auflösung von Punktpaaren müssen deshalb nicht nur jeweils beide Bildpunkte, sondern auch die Lücken zwischen ihnen durch mindestens einen Pixel erfasst werden.

Bei der hexagonalen Anordnung hat jeder Bildpunkt sechs äquidistante Nachbarn, er ist also je zur Hälfte an sechs Bildpunktpaaren beteiligt. Für seine direkte Erfassung wird je ein Pixel, für die Zwischenräume zu seinen sechs Nachbarn werden je sechs Pixel benötigt. Letztere sind ihm aber nur zur Hälfte zuzurechnen. Um einen Bildpunkt im digitalen Bild separat erkennbar darzustellen, werden also mindestens  $1 + (6/2) = 4$  Pixel benötigt. Für die gesuchte Mindest-Pixelzahl  $Z_{\text{MIN}}$  des Sensors sind die (mit dem Faktor 1,155 korrigierten!) Bildpunktzahlen  $N$  aus Gleichung (2) mit 4 zu multiplizieren:

$$Z_{\text{MIN}} = 4 \cdot 1,155 \cdot N = 4,62 \cdot (a \cdot b) / (d \cdot M)^2 \quad (3).$$

Bei dieser Betrachtung wurde im Stillen vorausgesetzt, dass auch die Anordnung der Pixel auf dem Sensor hexagonal ist. Diese ist dort aber meist quadratisch. Beide Fälle unterscheiden sich bei gleicher (mittlerer) Flächendichte  $Z/(a \cdot b)$  der Pixel sowohl in deren geometrischer Anordnung, als auch etwas bezüglich der Punktabstände. Ihre Muster sind also nicht zur Deckung zu bringen. Diese Fehlpassung erforderte an sich noch einen gewissen – hier aber weder untersuchten noch berücksichtigten – Sicherheitszuschlag zu  $Z_{\text{MIN}}$ .

Zur Auswertung müssen noch das Auflösungsvermögen  $d$  des Mikroskops beziehungsweise

seines Objektivs und der Abbildungsmaßstab  $M$  des auf den Sensor projizierten Bildes ermittelt werden.

### Auflösungsvermögen

Bezüglich der Theorie der optischen Abbildung, reichend von kohärent über partiell kohärent bis zu inkohärent beleuchteten Punktpaaren oder Liniengittern als Modellobjekt, sei auf die Literatur verwiesen. Alle Ansätze liefern Beziehungen vom Typ

$$d = f \cdot (\lambda/NA) \quad (4),$$

wobei  $\lambda$  die Vakuum-Wellenlänge des zur Abbildung benutzten Lichtes und  $NA$  die Numerische Apertur des Objektivs ist. Der Vorfaktor  $f$  variiert mit den jeweils gemachten Voraussetzungen über den Kohärenzgrad (d.h. die Interferenzfähigkeit) des zur Abbildung benutzten Lichtes und der Kontrastempfindlichkeit des Empfängers (Auge, CCD-Chip) im Bereich von etwa 0,5 bis 1. Unterschiedliche Annahmen über Letztere spiegeln sich wieder in den verschiedenen Kriterien für die Auflösung, zum Beispiel von Rayleigh oder von Sparrow (siehe u.a. Lipson, 1997; Paul, 2003). Allgemein ist die Auflösung bei inkohärenter Beleuchtung etwas besser – das heißt  $f$  kleiner – als bei kohärenter. Bei nicht zu weit geschlossener Kondensorblende ist mit eher inkohärenter Beleuchtung zu rechnen. Das klassische Kriterium von Rayleigh stellt an die Kontrastempfindlichkeit des Sensors nicht so extrem hohe Anforderungen wie das nach Sparrow. Es wird für die hier geplante Abschätzung als passender angenommen und liefert als Vorfaktor  $f$  von Gleichung (4):

$$f = 0,61 \text{ und damit } d = 0,61 \cdot (\lambda/NA) \quad (5).$$

Auch aus der Abbeschen Theorie resultiert für die übliche Einstellung der Kondensorblende auf circa 2/3 der Objektivapertur  $f \approx 0,6$ . Die Lichtmikroskopie arbeitet im Allgemeinen mit weißem Licht, das heißt einem Wellenlängenbereich von etwa 350–750 nm. Zur Berechnung von  $d$  nach Gleichung (5) benötigt man eine repräsentative Wellenlänge. Üblicherweise setzt man dazu  $\lambda = 550 \text{ nm} = 0,550 \mu\text{m}$  (grün) ein, wo etwa das Empfindlichkeitsmaximum des Auges beim Tagesehen liegt.

Der so berechnete Wert des Auflösungsvermögens  $d$  hängt also von nicht ganz willkürlich

festgelegten Vorgaben ab und stellt damit keinen absoluten, sondern mehr einen orientierenden, konventionellen Richtwert dar. Entsprechend Gleichung (3) gilt das dann auch für die hier gesuchte Mindestpixelzahl zur Übertragung des mikroskopischen Auflösungsvermögens.

Einsetzen für  $\lambda$  und  $d$  in Gleichung (3) ergibt für  $Z_{\text{MIN}}$  folgende allgemeine Zahlenwert-Gleichung, wobei die Sensorabmessungen  $a$  und  $b$  in mm einzusetzen sind:

$$Z_{\text{MIN}} = 15,27 \cdot (1/f^2) \cdot (a/\text{mm}) \cdot (b/\text{mm}) \cdot (NA/M)^2 \cdot 1\,000\,000 \quad (6).$$

Speziell mit  $f = 0,61$  entsprechend der oben gemachten Annahme gilt:

$$Z_{\text{MIN}} = 41,04 \cdot (a/\text{mm}) \cdot (b/\text{mm}) \cdot (NA/M)^2 \cdot 1\,000\,000 \quad (7).$$

### Abbildungsmaßstab und Bildformate

Zur Auswertung der Gleichungen (6) beziehungsweise (7) wird der Abbildungsmaßstab  $M$  des Bildes benötigt. Er hängt von dem abbildenden optischen Gesamtsystem ab. Da die meisten Amateur-Digital-Kameras fest eingebaute Objektive haben, bietet sich hier für die Mikrofotografie im Allgemeinen nur die Konfiguration "Mikroskop + auf das Okular aufgesetzte Kamera mit auf  $\infty$  eingestelltem Objektiv" an. Diese Konfiguration ist optisch völlig korrekt und entspricht der visuellen Benutzung des Mikroskops. Die meisten dieser Objektive sind pankratische Systeme. Sie gestatten wegen der schwerer zugänglichen Eintrittspupillen leider meist nur in gewissen Grenzen die Wahl einer das Sehfeld des Okulars gut nutzenden Brennweite. Damit verbundene Probleme (z.B. Vignettierungen) sollen hier nicht behandelt werden.

Für den Abbildungsmaßstab  $M$  des auf den Kamerasensor bei oben angenommener Konfiguration projizierten Bildes gilt:

$$M = M(\text{Obj}) \cdot T \cdot V(\text{Ok}) \cdot M(\text{Kam}) \quad (8),$$

$M$  = Abbildungsmaßstab des Bildes,  $M(\text{Obj})$  = Abbildungsmaßstab des Objektivs,  $T$  = Tubusfaktor,  $V(\text{Ok})$  = Vergrößerung des Okulars,  $M(\text{Kam})$  = Kamerafaktor = Brennweite des Kameraobjektivs/konventionelle deutliche Sehweite.

$$M(\text{Kam}) = [f(\text{Kam})/\text{mm}]/250 \quad (9).$$

Der Tubusfaktor gibt die Vergrößerung durch die Tubusoptik an; üblich sind zum Beispiel  $T = 1\times$  oder  $T = 1,25\times$ . Faktoren von Zwischentuben müssen zusätzlich berücksichtigt werden.

Viele Mikroskophersteller fassen für Aufsetzkameras Okular und Kameraobjektiv zusammen zu einem Projektiv; dazu muss das Objektiv der aufgesetzten Kamera aber abnehmbar sein. Bei voll auskorrigierten Objektiven (z.B. CF, CVD-frei usw.) kann das Bild auch ohne Okular und Kameraoptik direkt auf dem Bildsensor entworfen werden. In beiden Fällen ist die Berechnung von  $M$  entsprechend zu modifizieren.

Hier interessieren besonders die im Vergleich zur konventionellen KB-Kamera mit dem Bildformat  $24\text{ mm} \times 36\text{ mm}$  und der Diagonalen  $43,3\text{ mm}$  meist wesentlich kleineren Abmessungen der Bildsensoren von Digitalkameras. Zwar gibt es auch hier bei einigen aufwändigeren Modellen Sensoren in KB-Voll- und Halb-Format. Im Allgemeinen gilt aber ein  $2/3''$ -Chip mit einem Format von  $8,8\text{ mm} \times 6,6\text{ mm}$  und einer Diagonalen von  $11\text{ mm}$  schon als vergleichsweise großer Sensor. Um gleiche Bildwinkel und damit gleiche Bildinhalte wie bei den KB-Kameras zu erhalten, haben die Objektive entsprechend kleinere Brennweiten. Beispiel: Bei einem  $2/3''$ -Chip entsprechen etwa  $13\text{ mm}$  der KB-Normal-Brennweite  $50\text{ mm}$ . Für Digitalkameras sind die jeweils gleichen Bildwinkel entsprechenden Brennweiten der KB-Objektive als Referenzwerte oft mit angegeben und auch bei Kenntnis der Sensordiagonalen leicht zu bestimmen. In unserem Beispiel:  $f = (11\text{ mm}/43,3\text{ mm}) \times 50\text{ mm} = 12,7\text{ mm}$ . Die Ergebnisse der Betrachtungen für das KB-Format sind bei gleichen Referenz-Brennweiten der Objektive direkt auf die anderen Formate übertragbar.

An den Vario-Objektiven der normalen Digital-kameras lässt sich die jeweils eingestellte Brennweite meist nicht ablesen. Man kann aber die KB-Referenzbrennweite ermitteln, wenn man beispielsweise mit Hilfe eines Okular- oder Objekt-Mikrometers den bei aufgesetzter Kamera erhaltenen Bildausschnitt vergleicht mit dem einer KB-Spiegelreflex-Kamera bekannter Brennweite. Verhalten sich die abgebildeten Skalenausschnitte wie  $a:b$ , so verhalten sich die jeweiligen Referenzbrennweiten umgekehrt, das heißt wie  $b:a$ .

## Berechnungsbeispiele

Vorgabe: Objektiv 10/0,25, Tubusfaktor 1×, Okular 10×, Bildformat 24 mm × 36 mm, Brennweite des Kameraobjektivs 62,5 mm, das heißt Kamerafaktor = 62,5 mm/250 mm = 0,25 und damit  $M = (10:1) \cdot 1 \cdot 10 \cdot 0,25 = (25:1)$ .  $Z_{\text{MIN}} = 41,04 \cdot (24 \cdot 36) \cdot (0,25/25) \cdot 1\,000\,000 = 3,55 \cdot 1\,000\,000$  Pixel.

Bei einem 63-mm-Objektiv (früher bei ZEISS als Objektiv für aufgesetzte Spiegelreflex-Kameras erhältlich) entspricht der 43,3 mm großen Bilddiagonale der KB-Kamera eine Strecke von  $43,3 \text{ mm} / (0,25 \cdot 10) = 17,3 \text{ mm}$  im Sehfeld des üblichen  $10 \times 18$  oder  $10 \times 20$  Okulars, das damit praktisch voll genutzt wird (deshalb wurde es hier auch als Beispiel angeführt). Bei Objektiven mit nicht vollständig geebneten Sehfeldern sollte die KB-Referenzbrennweite der Kamera größer sein, zum Beispiel 80 mm oder 100 mm, um sich mehr auf die Bildmitte zu beschränken. Hier entsprechen der Bilddiagonalen der Kamera nur noch 13,5 beziehungsweise 10,8 mm im Sehfeld des Okulars.

Für eine KB-Kamera mit der Objektivbrennweite 100 mm erhält man bei sonst gleicher Konfiguration wie oben: Kamerafaktor =  $100/250 = 0,4$  das heißt  $M = 40:1$  und damit  $Z_{\text{MIN}} = 1,39 \cdot 1\,000\,000$  Pixel.

Die Tabelle zeigt für eine Reihe von gängigen Mikroobjektiven neben dem nach Gleichung (5) berechneten Auflösungsvermögen die für die folgenden Voraussetzungen nach Gleichung (9) berechneten Mindest-Pixelzahlen  $Z_{\text{MIN}}$ :

Tubusfaktor 1×, Okular 10×, KB-Referenzbrennweite des Kameraobjektivs 63 mm bzw. 80 mm bzw. 100 mm (d.h. Kamerafaktor 0,25 bzw. 0,32 bzw. 0,40 bei KB-Bildformat 24 mm × 36 mm). Die Ergebnisse sind gerundet in Mega-Pixel angegeben (Tabelle 1).

### Direktprojektion

Schließlich wird noch kurz der Fall der Direktprojektion des Bildes nur durch das (zweckmäßig voll

auskorrigierte) Mikroobjektiv auf den Sensor betrachtet. Letzterer befindet sich in einer zur Bildfeld-Ebene des Okulars konjugierten Ebene (einstufige Abbildung). Dazu müsste man das Kameraobjektiv entfernen, was bei fest eingebauten Objektiven natürlich problematisch ist und eine anderweitige Verwendung der Kamera behindern würde.

Für den Abbildungsmaßstab gilt hier  $M = M(\text{Obj}) \cdot T$ . Mit  $T = 1$  wären bei dem oben erwähnten  $2/3''$ -CCD-Chip (8,8 mm × 6,6 mm, Diagonale 11 mm) mit einem 10/0,25-Objektiv  $1,49 \times 1\,000\,000$  Pixel für eine Abbildung ohne Informationsverlust erforderlich. Das entspricht etwa der oben erwähnten 100-mm-KB-Aufsetzkamera. Für einen größeren Bildausschnitt wäre eine Tubusoptik mit  $T < 1$  notwendig.

Die Abmessungen eines  $1/2''$ -CCD-Chips betragen 6,4 mm × 4,8 mm. Hier wären bei Direktprojektion mit einem 10/0,25-Objektiv mindestens  $0,79 \times 1\,000\,000$  Pixel, bei einem  $1/3''$ -CCD-Chip mit 4,8 mm × 3,6 mm nur noch  $0,44 \times 1\,000\,000$  Pixel erforderlich. Dabei würden nur noch sehr kleine Ausschnitte des Objekts abgebildet.

Die Ergebnisse für die Direktprojektion bei Tubusfaktor 1× auf einen  $2/3''$ -CCD-Chip sind mit in Tabelle 1 aufgenommen.

**Tabelle 1:** Mindestpixelzahl  $Z_{\text{MIN}}$  nach Gleichung (9) für verschiedene Mikroobjektive bei Tubusfaktor 1×, Okular 10×, Kameraobjektive von 63 mm, 80 mm und 100 mm KB-Referenzbrennweite.

|          | d<br>nach Gleichung (5) | KB-Referenzbrennweite        |       |        | Direktprojektion<br>2/3"-CCD-Chip<br>("Mega-Pixel") |
|----------|-------------------------|------------------------------|-------|--------|---|
|          |                         | 63 mm                        | 80 mm | 100 mm |   |
| Objektiv | µm                      | $Z_{\text{MIN}}/1\,000\,000$ |       |        |   |
| 2,5/0,08 | 4,19                    | 5,81                         | 3,55  | 2,27   | 2,44  |
| 5/0,10   | 3,36                    | 2,27                         | 1,39  | 0,89   | 0,96  |
| 10/0,25  | 1,34                    | 3,55                         | 2,17  | 1,39   | 1,49  |
| 10/0,30  | 1,12                    | 5,11                         | 3,12  | 2,00   | 2,15  |
| 16/0,40  | 0,84                    | 3,55                         | 2,17  | 1,39   | 1,49  |
| 20/0,40  | 0,84                    | 2,27                         | 1,39  | 0,89   | 0,96  |
| 20/0,50  | 0,67                    | 3,55                         | 2,17  | 1,39   | 1,49  |
| 25/0,63  | 0,53                    | 3,61                         | 2,20  | 1,41   | 1,52  |
| 40/0,65  | 0,52                    | 1,50                         | 0,92  | 0,59   | 0,63  |
| 40/0,75  | 0,45                    | 2,00                         | 1,22  | 0,78   | 0,84  |
| 40/1,00  | 0,34                    | 3,55                         | 2,17  | 1,39   | 1,49  |
| 60/0,80  | 0,42                    | 1,01                         | 0,62  | 0,40   | 0,43  |
| 63/1,40  | 0,24                    | 2,80                         | 1,71  | 1,10   | 1,18  |
| 100/1,25 | 0,27                    | 0,89                         | 0,55  | 0,35   | 0,38  |
| 100/1,30 | 0,26                    | 0,96                         | 0,59  | 0,38   | 0,41  |

## „Umgekehrte“ Berechnung

Man kann nun diese Berechnungen auch umgekehrt – sozusagen von oben nach unten – durchführen, wenn man von dem Bildsensor die Abmessungen  $a \times b$  und auch die effektive Zahl  $Z$  seiner Pixel kennt. Das Verfahren eignet sich besonders für die Überprüfung, ob in einem vorgegebenen Einzelfall die Pixelzahl des Sensors für die Einhaltung des Auflösungsvermögens ausreicht. Der Abstand zwischen benachbarten Pixeln (von Pixelmitte zu Pixelmitte) betrage einheitlich  $A$ . Wir gehen wie oben davon aus, dass zwischen zwei Pixeln, die benachbarte, gerade noch aufgelöste Bildpunkte abdecken, noch ein dritter Pixel liegen muss. Der Abstand der beiden äußeren, die beiden Bildpunkte abdeckenden Pixel beträgt dann also  $2 A$ . Man bildet einfach rechnerisch den doppelten Pixelabstand des Sensors über den Abbildungsmaßstab des Bildes in das Objekt ab und vergleicht die dabei gefundene Strecke  $\delta$  mit dem bekannten beziehungsweise berechneten Auflösungsvermögen  $d$  des Objektivs. Ist  $\delta$  kleiner als  $d$ , dann ist im Bild  $2 A$  kleiner als  $k$ . Die Pixel auf dem Sensor liegen damit dichter als bei der gegebenen Auflösung nötig und es geht keine Information verloren. Für  $\delta$  gilt leicht nachvollziehbar

$$\delta = 2 A/M \quad (10).$$

Für ein quadratisches Pixelraster errechnet man  $A$  analog zu Gleichung (2) wegen  $Z = (a/A) \cdot (b/A) = (a \cdot b)/A \cdot A$  zu:

$$A = \sqrt{[(a \cdot b)/Z]} \quad (11).$$

Beispiel: Objektiv 10/0,25, Tubusfaktor  $1\times$ , Okular  $10\times$ ,  $f(\text{Kam}) = 62,5 \text{ mm}$ ,  $a \cdot b = 24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$ ,  $d = 0,61 \times (0,550 \text{ } \mu\text{m}/\text{NA})$ ,  $Z = 4.000.000$ .

Daraus folgt:  $d = 1,34 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $M = 25:1$ ,  $A = \sqrt{[(24000 \text{ } \mu\text{m} \cdot 36000 \text{ mm})/4.000.000]} = 14,7 \text{ } \mu\text{m}$  und damit  $\delta = 2 \cdot 14,7 \text{ } \mu\text{m}/25 = 1,18 \text{ } \mu\text{m} < 1,34 \text{ } \mu\text{m}$ .

Das heißt, das Auflösungsvermögen wird hier noch vollständig ins Bild übertragen.

Die Werte weichen zahlenmäßig ein wenig von denen ab, die man nach dem ersten Verfahren erhalten würde. Die Ursache liegt darin, dass hier die quadratische Anordnung der Pixel des Sensors einfach auf die Anordnung der gerade noch auflösbaren Objektpunkte übertragen

wird. Diese wird aber wegen ihrer höheren Dichte realistischer als hexagonal beschrieben. Es gilt das bereits bei der Kommentierung von Gleichung (3) Gesagte.

## Diskussion

In die Berechnung von  $Z_{\text{MIN}}$  nach Gleichung (8) beziehungsweise (9) geht das Auflösungsvermögen  $d$  als maßgebende, und wie bereits dargestellt, die mit den größten Freiheitsgraden behaftete Größe ein.

Legte man für die Berechnung von  $Z_{\text{MIN}}$  statt des Rayleigh-Kriteriums die bezüglich der Kontrastempfindlichkeit des Sensors anspruchsvolleren Kriterien, wie das für die so genannte Grenzauflösung ( $f = 0,51$ ) oder sogar das nach Sparrow ( $f = 0,47$ ) zu Grunde, ergäben sich für  $Z_{\text{MIN}}$  nach Gleichung (8) um circa 43% beziehungsweise 68% höhere Werte!

Auf die in der Anmerkung zu Gleichung (3) bereits diskutierte Fehlpassung zwischen der hexagonalen Packung der Objekt- und Bildpunkte und den quadratisch auf dem Sensor angeordneten Pixeln sei hier noch einmal verwiesen. Ihr Ausgleich erforderte eine höhere reale Pixelzahl als die berechnete; das nötige Ausmaß der Erhöhung ist aber schwer abzuschätzen.

Die in der Tabelle für  $Z_{\text{MIN}}$  angegebenen, nach Gleichung (9) auf Basis des Rayleigh-Kriteriums berechneten Zahlen sollten also vorsichtshalber als untere Grenzwerte betrachtet werden.

Unabhängig davon, ob diese Zahlen insgesamt zu hoch oder niedrig ausgefallen sind, zeigt der Vergleich untereinander, dass bei den schwächeren Objektiven mit relativ hoher Numerischer Apertur, das heißt bei größerem Verhältnis ( $\text{NA}/M$ ), die Zahl der zur Übertragung der Auflösung notwendigen Pixel am höchsten ist. Was auch mancher Leser so vielleicht nicht erwartet hat: Bei den stärkeren Objektiven sind die Mindestpixelzahlen erheblich geringer.

Bei kürzeren KB-Referenzbrennweiten der Kameras sind wegen der damit verbundenen kleineren Abbildungsmaßstäbe  $M$  und damit größeren Bildausschnitte die Mindestpixelzahlen wesentlich höher als bei längeren.

Für die üblichen Digitalkameras mit eingebauten Vario-Objektiven kommen aus der Tabelle mehr die Werte für die KB-Referenzbrennweiten 80 mm und 100 mm in Frage, da bei der Ein-

stellung kürzerer Brennweiten meist Vignettierungen auftreten. Das gilt besonders für Vario-Objektive größerer Fokusspannweite (ZOOM-Faktor).

Bei schwachen Objektiven relativ hoher Apertur (z.B. 2,5/0,08) und insbesondere kürzeren Kamera-Brennweiten (hier 63 mm), kann die Mindestpixelzahl doch schon sehr groß werden. Man sollte aber bedenken, dass auch visuell das Auflösungsvermögen schwächerer Objektive meist deshalb nicht voll ausgenutzt wird, weil man dort mit den üblichen 10× Okularen oft unterhalb der förderlichen Vergrößerung beobachtet. Hier reicht die Pixelzahl des Auges nicht zur separaten Erfassung aller angebotenen Bildpunkte aus. Beispiel: Bei Benutzung eines 10/0,25 Objektivs mit einem 10× Okular liegt man schon merklich unterhalb der – hier circa 125–250fachen – förderlichen Vergrößerung.

### Fazit

Für die normale mikroskopische Standardoptik, also Achromate und Planachromate mit ihren nicht so hohen Numerischen Aperturen, sollte in den meisten Fällen eine gute Digitalkamera mit 3 Mega-Pixeln die Übertragung des Auflösungsvermögens in das Bild bewältigen. Bei den aperturmäßig höher gezüchteten Fluoriten und Apochromaten benötigt man zum Teil etwas mehr Spielraum. Mit Sensoren von 4 bis 5 Mega-Pixeln sollten dieser Abschätzung nach aber in den meisten praktisch relevanten Fällen die vom Mikroskop aufgelösten Objektdetails mikrofotografisch ausreichend erfasst werden können.

Eine weitere Erhöhung der Pixelzahl ermöglicht sicher schönere großformatige Bildausdrucke, bringt aber keine Erhöhung der Auflösung. Auch der noch wesentlich feinkörnigere konventionelle Film zeigt nur das, was das Mikroskop optisch aufgelöst hat.

Es sollte auch nicht vergessen werden, dass neben der verfügbaren Anzahl von Pixeln noch andere Eigenschaften des Bildsensors für die Qualität des Bildes von Bedeutung sind. Das war aber nicht Gegenstand dieser Betrachtung.

### Anhang

Vergleich hexagonale zu quadratischer Packungsdichte  $N/F$  von Bildpunkten:

Quadratisches Raster: Rechteckfläche mit Kanten  $a$  und  $b$ :  $F(\text{quad}) = a \cdot b$ .

Hexagonales Raster: Parallelogrammfläche mit Kanten  $a$  und  $b$  und spitzem Winkel 60 Grad:  $F(\text{hex}) = a \cdot b \cdot \cos[(90 - 60)\text{grad}] = F(\text{quad}) \cdot \cos(30\text{grad}) = 0,866 F(\text{quad})$ .

Wenn auf  $F(\text{quad})$  und  $F(\text{hex})$  jeweils die gleiche Zahl  $N$  von Bildpunkten passt, gilt für deren Packungsdichten:  $(N/F)_{\text{HEXAGON}} : (N/F)_{\text{QUADRAT}} = 1/0,866 = 1,155$ .

### Literaturhinweise

Beyer, H., Riesenberger, H.: Handbuch der Mikroskopie. VEB Verlag Technik Berlin, Berlin 1988.

Göke, G.: Moderne Methoden der Lichtmikroskopie. Frankh'sche Verlagshandlung, Stuttgart 1988.

Haferkorn, H.: Optik. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt 1981.

Lipson, G., Lipson, H., Tannhauser, D.: Optik. Springer-Verlag, Berlin 1997.

Paul, H. (Hrsg.): Lexikon der Optik. Spektrum Akademischer Verlag, Berlin 2003.

Scheibel, J. R.: Fotos Digital – Basiswissen. Verlag für Foto, Film und Video, Gilching 2003.

Verfasser: Dr. Hinrich Husemann, Molinder Grasweg 31, D-32657 Lemgo, Tel.: 052 61/716 96

 **euromex**  
MICROSCOPES HOLLAND

**Mikroskope**  
**Stereomikroskope**  
**Mikrotome**  
**Kaltlichtbeleuchtung**  
**Refraktometer**

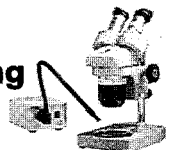
■ neueste Technologien

■ hochwertige Optik

■ präzise Metallverarbeitung

■ sorgfältige Montage

■ relativ niedrige Preise



STEREOMIKROSKOP E-REIHE



MIKROSKOP F-REIHE

••••• Fordern Sie unseren Prospekt an

**euromex microscopen b.v.**

Papenkamp 20, 6836 BD Arnhem, Niederlande

Tel.: \*31.26.323.4473, Fax \*31.26.323.2833

email: euromex@tref.nl, web: http://www.euromex.nl